

Anhang D (informativ)

Flächen aus Schichten — Steifigkeitswerte und Spannungsberechnung

D.1 Allgemeines

- (1) Für ebene Flächentragwerke mit einem Querschnittsaufbau aus Schichten werden Rechenregeln für Steifigkeitswerte angegeben. Mit diesen Steifigkeitswerten können Systemberechnungen mit EDV-Programmen durchgeführt oder Tabellenwerke verwendet werden. Bei großen Steifigkeitsunterschieden eignen sich Stabprogramme gut. Schnittgrößen und Verformungen sind das Ergebnis.
- (2) Aus den Schnittgrößen werden für die einzelnen Schichten entsprechend der technischen Biegelehre Spannungen berechnet. Die Querdehnung wird dabei vernachlässigt.
- (3) Der Querschnitt des Flächentragwerks aus n Schichten ist symmetrisch aufgebaut. Die Schichten sind zueinander parallel oder orthogonal ausgerichtet.
- (4) Bestehen die Schichten aus nebeneinander liegenden Brettern, die an den Schmalseiten nicht miteinander verklebt sind, so ist der Elastizitätsmodul rechtwinklig zur Faserrichtung gleich null zu setzen. Der Schubmodul für die Rollschub-Beanspruchung ist nach Tabelle F.5 anzunehmen.
- (5) Für den Elastizitätsmodul, den Schubmodul und die Verbindungsmittelsteifigkeiten sind für den Nachweis der Tragsicherheit die durch den Sicherheitsbeiwert geteilten Mittelwerte zu verwenden.

$$E = \frac{E_{\text{mean}}}{\gamma_M}; G = \frac{G_{\text{mean}}}{\gamma_M}; K = \frac{\frac{2}{3} \cdot K_{\text{ser}}}{\gamma_M} \quad (\text{D.1})$$

D.2 Flächen aus zusammengeklebten Schichten

D.2.1 Allgemeines

- (1) Die Schichten des Flächentragwerks sind miteinander verklebt. Es besteht keine Nachgiebigkeit zwischen benachbarten Schichten (starrer Verbund).
- (2) Die für die Plattenwirkung maßgebenden Steifigkeiten werden mit Biege- und Drillsteifigkeiten B bezeichnet. Sie setzen sich aus einem Steineranteil B_S und den Eigenbiegesteifigkeiten B_E der einzelnen Schichten zusammen. Die Schubsteifigkeiten für die Verformungen infolge der Querkräfte q_x und q_y in z -Richtung werden mit S bezeichnet.
- (3) Die für die Scheibenwirkung maßgebenden Steifigkeiten werden mit D bezeichnet.
- (4) Für die Bezeichnungen gilt 8.9, Bild 16. Für die Schicht i sind die entsprechenden Elastizitäts- und Schubmoduln sowie die Koordinate z_i einzusetzen.
- (5) Grundlage ist die technische Biegelehre mit Berücksichtigung der Schubverformung.

D.2.2 Plattenbeanspruchung

(1) Die Biegesteifigkeiten und die Drillsteifigkeit werden auf eine Breite 1 bezogen (Kraft · Länge²/Länge). z_i ist der Abstand der Mittelfläche der Schicht i von der Mittelfläche des Gesamtquerschnitts. Bei der Spannungsberechnung ist z der Abstand von der Mittelfläche des Gesamtquerschnitts. Für eine Schicht i gilt $z_i - d_i/2 \leq z \leq z_i + d_i/2$. Bei der Berechnung der Spannungen sind jeweils der zur Schicht i und zur Richtung gehörende Modul sowie die zur Richtung gehörende Steifigkeit einzusetzen. Für die Berechnung der Schubspannungen ist das gewichtete statische Moment $E \cdot S$ der mit dem Elastizitätsmodul multiplizierten Flächen notwendig.

(2) Biegung um die y -Achse (Biegemoment m_x), Biegesteifigkeit B_x und Biegespannung in x -Richtung:

$$B_x = B_{xS} + B_{xE} = \sum B_{xS,i} + \sum B_{xE,i} = \sum E_{x,i} \cdot d_i \cdot z_i^2 + \sum E_{x,i} \cdot \frac{d_i^3}{12} \quad (D.2)$$

$$\sigma_x = E_x \cdot \frac{m_x}{B_x} \cdot z \quad (D.3)$$

(3) Biegung um die x -Achse (Biegemoment m_y), Biegesteifigkeit B_y und Biegespannung in y -Richtung:

$$B_y = B_{yS} + B_{yE} = \sum B_{yS,i} + \sum B_{yE,i} = \sum E_{y,i} \cdot d_i \cdot z_i^2 + \sum E_{y,i} \cdot \frac{d_i^3}{12} \quad (D.4)$$

$$\sigma_y = E_y \cdot \frac{m_y}{B_y} \cdot z \quad (D.5)$$

(4) Verwindung der xy -Ebene (Drillmoment $m_{xy} = m_{yx}$), Drillsteifigkeit B_{xy} und Schubspannung $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ für auch an den Schmalseiten verklebte Brettlagen:

$$B_{xy} = B_{xyS} + B_{xyE} = \sum B_{xyS,i} + \sum B_{xyE,i} = \sum 2 \cdot G_{xy,i} \cdot d_i \cdot z_i^2 + \sum G_{xy,i} \cdot \frac{d_i^3}{6} \quad (D.6)$$

$$\tau_{xy} = G_{xy} \cdot \frac{m_{xy}}{B_{xy}} \cdot z \quad (D.7)$$

(5) Für an den Schmalseiten nicht verklebte Brettlagen ist die Drillsteifigkeit geringer. Näherungsweise darf sie null gesetzt werden.

(6) Die Schubsteifigkeiten werden auf eine Breite 1 bezogen (Kraft/Länge). a ist der Schwerpunktabstand zwischen den Schichten 1 und n (siehe Bild 16).

(7) Schubverformung in der xz -Ebene (Querkraft q_x), Schubsteifigkeit S_{xz} und Schubspannung τ_{xz} :

$$\frac{1}{S_{xz}} = \frac{1}{a^2} \cdot \left(\frac{d_1}{2 \cdot G_{xz,1}} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{d_i}{2 \cdot G_{xz,i}} + \frac{d_n}{2 \cdot G_{xz,n}} \right) \quad (D.8)$$

$$\tau_{xz} = \frac{E \cdot S_x}{B_x} \cdot q_x \quad (D.9)$$

DIN 1052:2004-08

$$E \cdot S_x = \int_z^{d/2} E_x \cdot \bar{z} \cdot d\bar{z} \quad \text{mit } z < \bar{z} < d/2 \quad (\text{D.10})$$

Für die Schubspannung in der Fuge $i/i + 1$ gilt:

$$\tau_{xz, i/i+1} = \frac{E \cdot S_{x, i/i+1}}{B_x} \cdot q_x \quad (\text{D.11})$$

$$E \cdot S_{x, i/i+1} = \sum_{j=i+1}^n E_{x, j} \cdot z_j \cdot d_j \quad (\text{D.12})$$

(8) Schubverformung in der yz -Ebene (Querkraft q_y), Schubsteifigkeit S_{yz} und Schubspannung τ_{yz} :

$$\frac{1}{S_{yz}} = \frac{1}{a^2} \cdot \left(\frac{d_1}{2 \cdot G_{yz, 1}} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{d_i}{2 \cdot G_{yz, i}} + \frac{d_n}{2 \cdot G_{yz, n}} \right) \quad (\text{D.13})$$

$$\tau_{yz} = \frac{E \cdot S_y}{B_y} \cdot q_y \quad (\text{D.14})$$

$$E \cdot S_y = \int_z^{d/2} E_y \cdot \bar{z} \cdot d\bar{z} \quad \text{mit } z < \bar{z} < d/2 \quad (\text{D.15})$$

Für die Schubspannung in der Fuge $i/i + 1$ gilt:

$$\tau_{yz, i/i+1} = \frac{E \cdot S_{y, i/i+1}}{B_y} \cdot q_y \quad (\text{D.16})$$

$$E \cdot S_{y, i/i+1} = \sum_{j=i+1}^n E_{y, j} \cdot z_j \cdot d_j \quad (\text{D.17})$$

D.2.3 Scheibenbeanspruchung

(1) Die Steifigkeiten werden auf eine Breite 1 bezogen (Kraft/Länge).

(2) Dehnung in x -Richtung (Normalkraft n_x), Dehnsteifigkeit D_x und Normalspannung in x -Richtung:

$$D_x = \sum E_{x, i} \cdot d_i \quad (\text{D.18})$$

$$\sigma_{x, i} = E_{x, i} \cdot \frac{n_x}{D_x} \quad (\text{D.19})$$

(3) Dehnung in y -Richtung (Normalkraft n_y), Dehnsteifigkeit D_y und Normalspannung in y -Richtung:

$$D_y = \sum E_{y, i} \cdot d_i \quad (\text{D.20})$$

$$\sigma_{y, i} = E_{y, i} \cdot \frac{n_y}{D_y} \quad (\text{D.21})$$

(4) Gleitung der xy -Ebene (Schubkraft n_{xy}), Schubsteifigkeit D_{xy} und Schubspannung $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ für auch an den Schmalseiten verklebte Brettlagen:

$$D_{xy} = \sum G_{xy,i} \cdot d_i \quad (\text{D.22})$$

$$\tau_{xy,i} = G_{xy,i} \cdot \frac{n_{xy}}{D_{xy}} \quad (\text{D.23})$$

(5) Gleitung der xy -Ebene (Schubkraft n_{xy}), Schubsteifigkeit D_{xy} und Schubspannung $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ für an den Schmalseiten nicht verklebte Brettlagen:

$$D_{xy} = \frac{1}{4} \cdot \sum G_{xy,i} \cdot d_i \quad (\text{D.24})$$

$$\tau_{xy,i} = G_{xy,i} \cdot \frac{n_{xy}}{D_{xy}} \quad (\text{D.25})$$

(6) Bei an den Schmalseiten nicht verklebten Brettlagen sind die Klebflächen der Brettlagen analog zu D.3.4 für ein Torsionsmoment M_φ zu bemessen.

$$M_\varphi = \frac{e_x \cdot e_y \cdot n_{xy}}{n-1} \quad (\text{D.26})$$

Bezeichnungen siehe Bild D.3

D.3 Flächen aus nachgiebig miteinander verbundenen Schichten

D.3.1 Berechnungsmodell

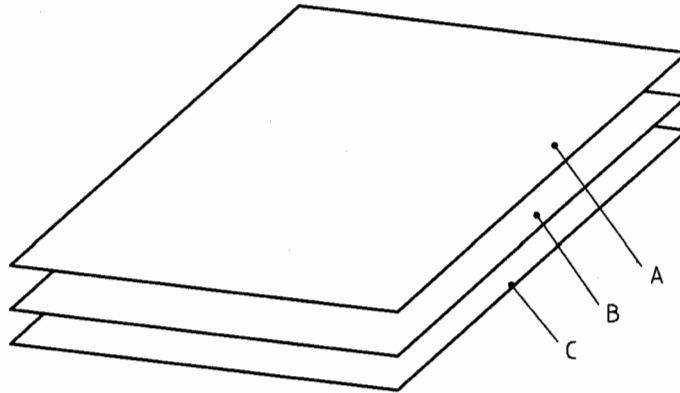
(1) Die Schichten des Flächentragwerks sind nachgiebig miteinander verbunden. Die Nachgiebigkeit mechanischer Verbindungsmittel ist mit den in Anhang G angegebenen Verschiebungsmoduln zu bestimmen. Der Verschiebungsmodul eines Verbindungsmittels ist mit den Abständen auf die Fläche 1 zu beziehen (Kraft/Länge³). Das Flächentragwerk wird nach Bild D.1 zur Berechnung in drei Flächen A, B und C aufgeteilt. Die Flächen haben die gleichen Verformungen u , v und w . Den Flächen A, B und C werden unterschiedliche Steifigkeiten zugeordnet. Die Fläche A berücksichtigt nur die Eigensteifigkeit der einzelnen Schichten, die Fläche B deren Zusammenwirken und die Fläche C die Scheibensteifigkeit:

Fläche A: Biegesteifigkeit, Drillsteifigkeit und Dehnsteifigkeit der einzelnen Schichten (Plattentragwirkung).

Fläche B: Steineranteile und Schubsteifigkeiten mit Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Verbindungen (Plattentragwirkung).

Fläche C: Dehn- und Schubsteifigkeiten (Scheibentragwirkung).

DIN 1052:2004-08

**Legende**

A, B, C Flächen mit gemeinsamer Verformung u, v, w

Bild D.1 — Aufteilung des Flächentragwerks in die Flächen A, B und C

Die Plattentragwirkung wird durch die Flächen A und B, die Scheibentragwirkung durch die Fläche C erfasst. Für die numerische Berechnung können die Flächen B und C zusammen genommen werden. Bei Berechnung als Stabwerk kann die Fläche C durch ein Gelenkstabwerk beschrieben werden.

ANMERKUNG Für aus zwei Schichten zusammengesetzte Träger oder Flächen stimmen die Differentialgleichungen des Trägers mit einem Querschnitt aus nachgiebig miteinander verbundenen Teilen und des Trägers mit Schubverformung und Eigenbiegesteifigkeit der Teile überein. Bei mehreren Schichten handelt es sich um eine Näherungslösung. Die Schwerpunktdehnungen der einzelnen Schichten werden dabei als über die Querschnittshöhe linear verlaufend angenommen.

Diese Berechnungsmethode eignet sich auch für Träger aus nachgiebig miteinander verbundenen Querschnittsteilen. Aus den Flächen A, B und C werden die Träger A, B und C mit gemeinsamer Verformung.

(2) Die Berechnung der verbundenen Flächen liefert Schnittgrößen der Fläche A, der Fläche B und der Fläche C.

(3) Aus den Schnittgrößen der Fläche A werden jeweils für die einzelnen Schichten die Biegespannungen und Schubspannungen berechnet.

(4) Aus den Schnittgrößen der Fläche B werden für die einzelnen Schichten die über die jeweilige Schichtdicke konstanten Normalspannungen aus den Momenten sowie die Schubspannungen aus den Querkraften q_x und q_y berechnet.

(5) Aus den Schnittgrößen der Fläche C werden die Scheibenspannungen berechnet.

D.3.2 Steifigkeiten und Beanspruchungen der Fläche A

(1) Biegung um die y -Achse (Biegemoment m_{Ax}), Biegesteifigkeit B_{Ax} und Biegerandspannung der Schicht i in x -Richtung:

$$B_{Ax} = \sum E_{x,i} \frac{d_i^3}{12} \quad (D.27)$$

$$\alpha_{x,i} = \pm E_{x,i} \cdot \frac{m_{Ax}}{B_{Ax}} \cdot \frac{d_i}{2} \quad (D.28)$$

(2) Biegung um die x -Achse (Biegemoment m_{Ay}), Biegesteifigkeit B_{Ay} und Biegegrandspannung der Schicht i in y -Richtung:

$$B_{Ay} = \sum E_{y,i} \cdot \frac{d_i^3}{12} \quad (D.29)$$

$$\alpha_{y,i} = \pm E_{y,i} \cdot \frac{m_{Ay}}{B_{Ay}} \cdot \frac{d_i}{2} \quad (D.30)$$

(3) Verwindung der xy -Ebene (Drillmoment $m_{Axy} = m_{Ayx}$), Drillsteifigkeit B_{Axy} und Schubgrandspannung der Schicht i , $\tau_{xy,i} = \tau_{yx,i}$:

$$B_{Axy} = \sum G_{xy,i} \cdot \frac{d_i^3}{6} \quad (D.31)$$

$$\tau_{xy,i} = \pm G_{xy,i} \cdot \frac{m_{Axy}}{B_{Axy}} \cdot \frac{d_i}{2} \quad (D.32)$$

D.3.3 Steifigkeiten und Beanspruchungen der Fläche B

(1) Biegung um die y -Achse (Biegemoment m_{Bx}), Biegesteifigkeit B_{Bx} und Normalspannung aus Biegung in der Schicht i in x -Richtung:

$$B_{Bx} = \sum E_{x,i} \cdot d_i \cdot z_i^2 \quad (D.33)$$

$$\alpha_{x,i} = E_{x,i} \cdot \frac{m_{Bx}}{B_{Bx}} \cdot z_i \quad (D.34)$$

(2) Biegung um die x -Achse (Biegemoment m_{By}), Biegesteifigkeit B_{By} und Normalspannung aus Biegung in der Schicht i in y -Richtung:

$$B_{By} = \sum E_{y,i} \cdot d_i \cdot z_i^2 \quad (D.35)$$

$$\alpha_{y,i} = E_{y,i} \cdot \frac{m_{By}}{B_{By}} \cdot z_i \quad (D.36)$$

(3) Verwindung der xy -Ebene (Drillmoment $m_{Bxy} = m_{Byx}$), Drillsteifigkeit B_{Bxy} und Schubspannung in der Schicht i , $\tau_{xy,i} = \tau_{yx,i}$:

Durch die Nachgiebigkeit der Verbindung der einzelnen Schichten wird der Anteil der Drillsteifigkeit der einzelnen Schichten infolge des Abstandes der Schichten vom Drehpunkt („Steineranteil“) abgemindert. Näherungsweise darf die Drillsteifigkeit B_{Bxy} null gesetzt werden. Damit werden auch die zugehörigen Drillmomente und Schubspannungen zu null.

(4) Schubverformung und Verformung infolge der Nachgiebigkeit der Verbindung in der xz -Ebene (Querkraft q_{Bx}), Schubsteifigkeit S_{xz} und Schubspannung τ_{xz} :

$$\frac{1}{S_{xz}} = \frac{1}{a^2} \cdot \left(\sum_1^{n-1} \frac{1}{k_{x,i}} + \frac{d_1}{2 \cdot G_{xz,1}} + \sum_2^{n-1} \frac{d_i}{G_{xz,i}} + \frac{d_n}{2 \cdot G_{xz,n}} \right) \quad (D.37)$$

$$\tau_{xz} = \frac{q_{Bx}}{a} \quad (D.38)$$

DIN 1052:2004-08

(5) Schubverformung und Verformung infolge der Nachgiebigkeit der Verbindung in der yz -Ebene (Querkraft q_{By}), Schubsteifigkeit S_{yz} und Schubspannung τ_{yz} :

$$\frac{1}{S_{yz}} = \frac{1}{a^2} \cdot \left(\sum_1^{n-1} \frac{1}{k_{y,i}} + \frac{d_1}{2 \cdot G_{yz,1}} + \sum_2^{n-1} \frac{d_i}{G_{yz,i}} + \frac{d_n}{2 \cdot G_{yz,n}} \right) \quad (D.39)$$

$$\bar{\tau}_{yz} = \frac{q_{By}}{a} \quad (D.40)$$

ANMERKUNG Zur Schubverformung der einzelnen Schichten kommt noch die Verformung infolge Nachgiebigkeit der Verbindungen zwischen den Schichten hinzu. Nach Bild D.2 wird die Verschiebung u aus einem über die Höhe konstanten Schubfluss t ermittelt und daraus die Steifigkeit S berechnet.

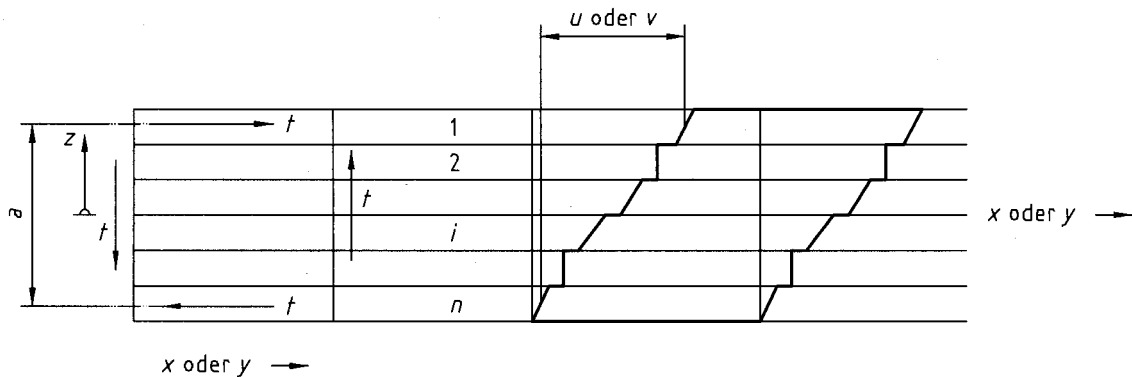


Bild D.2 — Ersatzsteifigkeit S (S_{xz} oder S_{yz}) für nachgiebigen Verbund (Näherung)

$$u = \frac{t \cdot a^2}{S} = t \cdot \left\{ \sum_1^{n-1} \frac{1}{k_i} + \frac{d_1}{2 \cdot G_1} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{d_i}{G_i} + \frac{d_n}{2 \cdot G_n} \right\} \quad (D.41)$$

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{a^2} \cdot \left\{ \sum_1^{n-1} \frac{1}{k_i} + \frac{d_1}{2 \cdot G_1} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{d_i}{G_i} + \frac{d_n}{2 \cdot G_n} \right\} \quad (D.42)$$

Dabei ist

- n Anzahl der Schichten,
- k_i Verschiebungsmodul infolge Nachgiebigkeit der Verbindungen zwischen der Schicht i und $i + 1$, (Kraft/Länge³),
- d_i Dicke der Schicht i ,
- G_i Schubmodul ($G_{xz,i}$ bzw. $G_{yz,i}$) der Schicht i .

Die berechnete Schubspannung ist über die Querschnittshöhe betrachtet ein Mittelwert. Eine der Änderung der Längskräfte in den Schichten entsprechende Verteilung liefert die Berechnung nach den Gleichungen (D.11) oder (D.16).

D.3.4 Steifigkeiten der Fläche C, Scheibenbeanspruchung

(1) Dehnung in x -Richtung (Längskraft n_x), Dehnsteifigkeit D_x und Normalspannung der Schicht i in x -Richtung:

$$D_x = \sum E_{x,i} \cdot d_i \quad (\text{D.43})$$

$$\sigma_{x,i} = E_{x,i} \cdot \frac{n_x}{D_x} \quad (\text{D.44})$$

(2) Dehnung in y -Richtung (Längskraft n_y), Dehnsteifigkeit D_y und Normalspannung der Schicht i in y -Richtung:

$$D_y = \sum E_{y,i} \cdot d_i \quad (\text{D.45})$$

$$\sigma_{y,i} = E_{y,i} \cdot \frac{n_y}{D_y} \quad (\text{D.46})$$

(3) Gleitung in xy -Ebene (Schubkraft n_{xy}), Schubsteifigkeit D_{xy} :

$$\frac{1}{D_{xy}} = \frac{e_x \cdot e_y}{\sum K_{\phi,i}} + \frac{e_x}{\sum (G_i \cdot d_{i,y}) \cdot b_x} + \frac{e_y}{\sum (G_i \cdot d_{i,x}) \cdot b_y} \quad (\text{D.47})$$

mit

Lamellen in x -Richtung:

$d_{i,x}$ Dicke

b_y Breite

Lamellen in y -Richtung

$d_{i,y}$ Dicke

b_x Breite

$K_{\phi,i}$ Drehfedersteifigkeit in der Fuge. (Kraft · Länge)

(4) Gleitung in xy -Ebene (Schubkraft n_{xy}), Schubsteifigkeit D_{xy} bei gleich dicken Brettlagen:

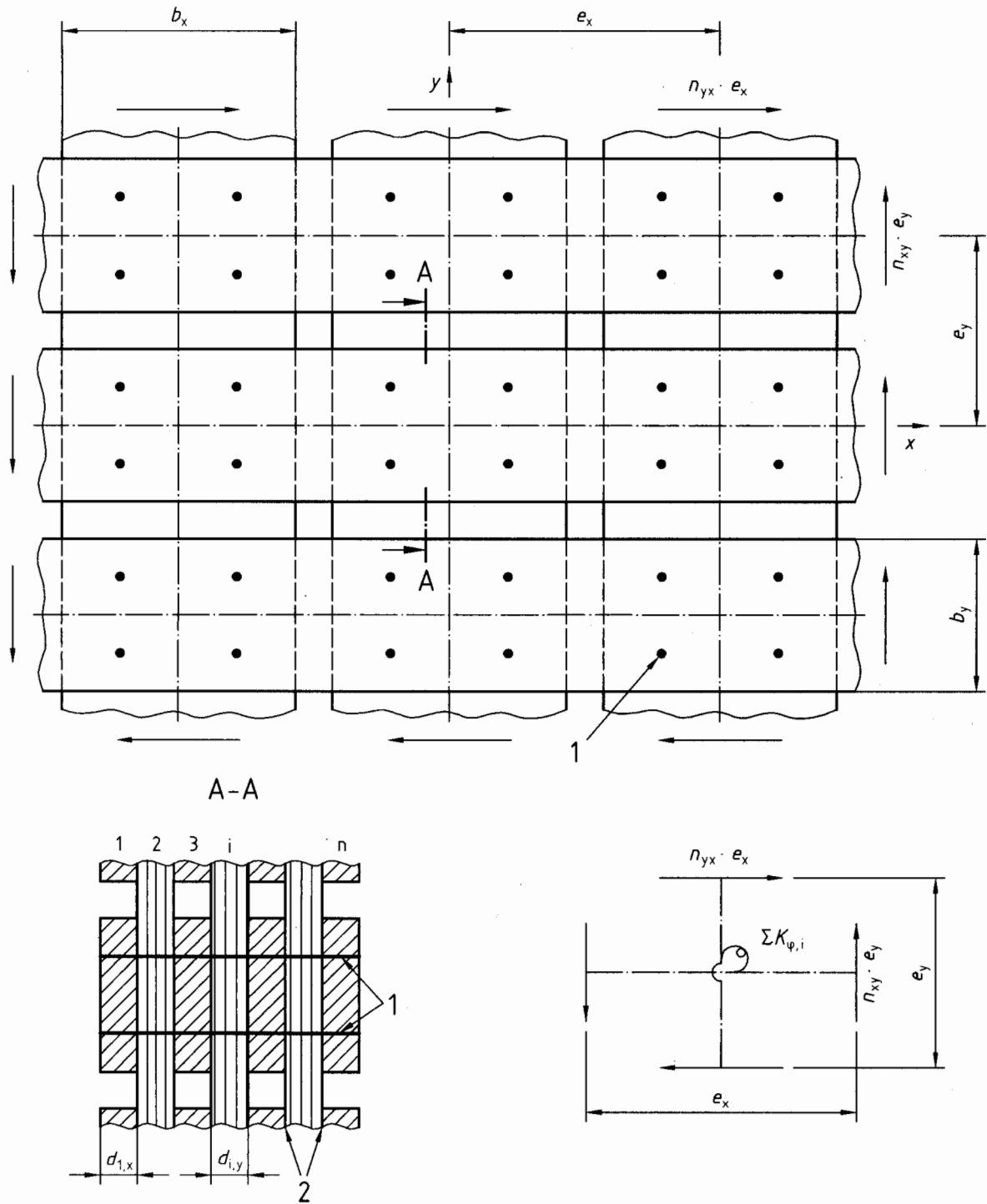
$$\frac{1}{D_{xy}} = \frac{e_x \cdot e_y}{\sum K_{\phi,i}} + \frac{e_x}{G \cdot d \cdot b_x \cdot \left(\frac{n+1}{2}\right)} + \frac{e_y}{G \cdot d \cdot b_y \cdot \left(\frac{n-1}{2}\right)} \quad (\text{D.48})$$

(5) Gleitung in xy -Ebene (Schubkraft n_{xy}), Schubsteifigkeit D_{xy} bei Brettlagen aus identischen Brettern und bei Vernachlässigung des Einflusses der Fugenbreite (Näherung, $d_{ix} = d_{iy} = d$; $e = e_x = e_y \approx b_x = b_y$):

$$\frac{1}{D_{xy}} = \frac{e^2}{\sum K_{\phi,i}} + \frac{4 \cdot n}{n^2 - 1} \cdot \left(\frac{1}{G \cdot d}\right) \quad (\text{D.49})$$

(6) Die Verbindung in der Fuge ist für ein Moment M_{ϕ} zu bemessen.

$$M_{\phi} = \frac{n_{xy} \cdot e_x \cdot e_y}{\sum K_{\phi,i}} \cdot K_{\phi,i} \quad (\text{D.50})$$



n Lagen
mit $(n - 1)$ Fugen
und $(n - 1)$ $K_{\varphi,i}$ -Werten

Legende

- 1 Befestigungsmittel
- 2 Fuge

Bild D.3 — Ersatzschubfestigkeit D_{xy} (Näherung)

Anhang E (normativ)

Knicklängenbeiwerte und Kipplängenbeiwerte für Nachweise nach dem Ersatzstabverfahren

E.1 Allgemeines

(1) Zur Berechnung der Querschnitts- und Verbindungssteifigkeiten sind die folgenden Moduln einzusetzen.

$$E = \frac{E_{\text{mean}}}{\gamma_M}; \quad G = \frac{G_{\text{mean}}}{\gamma_M}; \quad K = \frac{2}{3} K_{\text{ser}} \quad (\text{E.1})$$

E.2 Knicklängenbeiwerte (Biegeknicken)

(1) Die Ersatzstablänge ℓ_{ef} wird mit dem Knicklängenbeiwert β nach Tabelle E.1 berechnet:

$$\ell_{\text{ef}} = \beta \cdot s \quad \text{oder} \quad \ell_{\text{ef}} = \beta \cdot h \quad (\text{E.2})$$

(2) Bei Berücksichtigung der Schubsteifigkeit S wird die Ersatzstablänge:

$$\ell_{\text{ef}} = \beta \cdot s \cdot \sqrt{1 + \frac{E \cdot I \cdot \pi^2}{(\beta \cdot s)^2 \cdot S}} \quad \text{oder} \quad \ell_{\text{ef}} = \beta \cdot h \cdot \sqrt{1 + \frac{E \cdot I \cdot \pi^2}{(\beta \cdot h)^2 \cdot S}} \quad (\text{E.3})$$

Für den Rechteckquerschnitt ist:

$$S = G \cdot A/1,2 \quad (\text{E.4})$$

Für den I-Träger ist:

$$S = G_w \cdot b_w \cdot h_{w,\text{ef}} \quad (\text{E.5})$$

Dabei ist

- G_w Schubmodul des Steges für Scheibenbeanspruchung,
- b_w Gesamtbreite des Steges,
- $h_{w,\text{ef}}$ wirksame Höhe des Steges (Schwerpunktsabstand der Gurte).

Tabelle E.1 — Knicklängenbeiwerte β für Stäbe

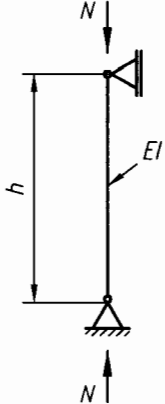
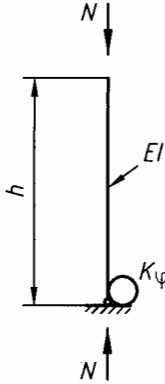
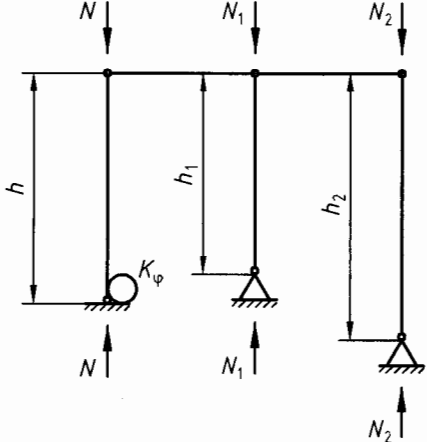
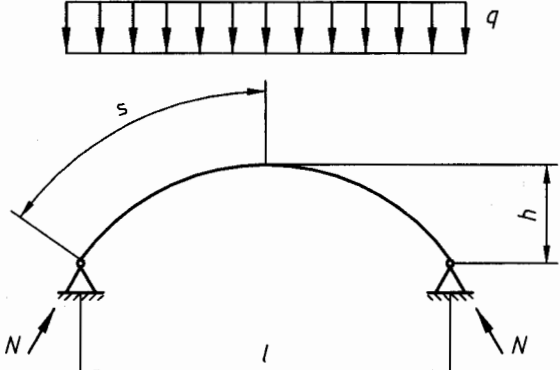
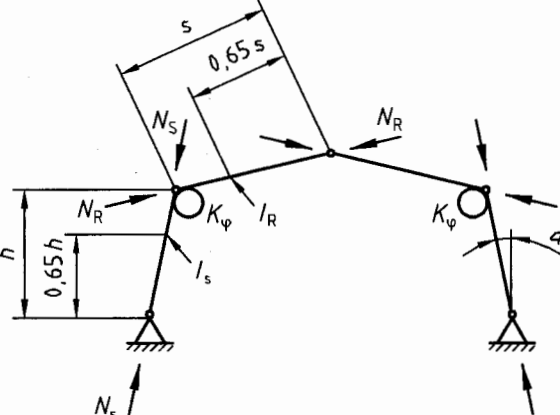
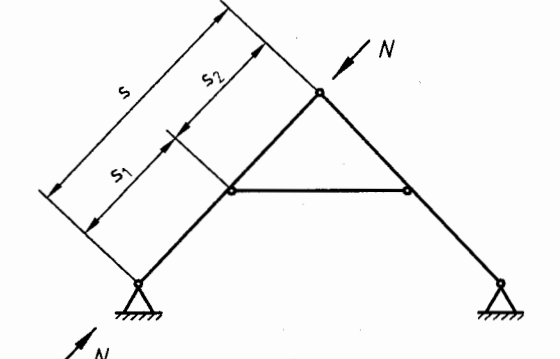
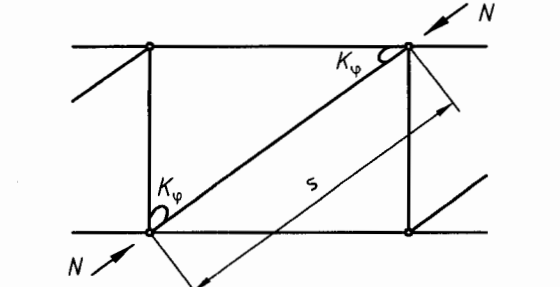
	1	2
	System	Knicklängenbeiwert
1		$\beta = 1$
2		$\beta = \sqrt{4 + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{h \cdot K_\varphi}}$ <p>K_φ: Federkonstante der elastischen Einspannung (Kraft · Länge/Winkel)</p>
3		$\beta = \sqrt{\left(4 + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{h \cdot K_\varphi}\right) \cdot (1 + \alpha)}$ <p>für eingespannte Stütze</p> <p>mit: $\alpha = \frac{h}{N} \cdot \sum \frac{N_i}{h_i}$</p>

Tabelle E.1 (fortgesetzt)

	1 System	2 Knicklängenbeiwert
4		<p>für $0,15 \leq \frac{h}{l} \leq 0,5$ und $\ell_{ef} = \beta \cdot s$:</p> <p>$\beta = 1,25$</p> <p>(für antisymmetrisches Knicken)</p>
5		<p>Stiel: $\ell_{ef} = \beta_S \cdot h$ ($\alpha \leq 15^\circ$)</p> $\beta_S = \sqrt{4 + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_S}{h} \cdot \left(\frac{1}{K_\phi} + \frac{s}{3 \cdot E \cdot I_R} \right) + \frac{E \cdot I_S \cdot N_R \cdot s^2}{E \cdot I_R \cdot N_S \cdot h^2}}$ <p>Riegel: $\ell_{ef} = \beta_R \cdot s$ ($\alpha \leq 15^\circ$)</p> $\beta_R = \beta_S \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_R \cdot N_S}{E \cdot I_S \cdot N_R} \cdot \frac{h}{s}}$ <p>(für antisymmetrisches Knicken)</p>
6		<p>für $s_1 < 0,7 \cdot s$:</p> <p>$\beta = 0,8$</p> <p>für $s_1 \geq 0,7 \cdot s$:</p> <p>$\beta = 1,0$</p> <p>(für antisymmetrisches Knicken)</p>
7		<p>bei gelenkiger Lagerung ($K_\phi \approx 0$):</p> <p>$\beta = 1,0$</p> <p>bei nachgiebiger Einspannung ($K_\phi \gg 0$):</p> <p>$\beta = 0,8$</p>

DIN 1052:2004-08

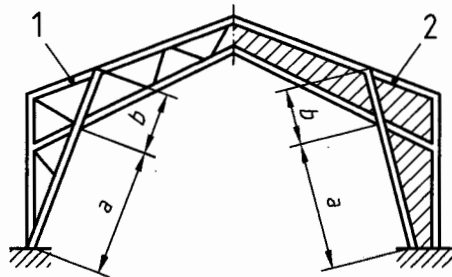
(3) Falls kein genauere Nachweis geführt wird, ist als Ersatzstablänge der Gurtstäbe für das Knicken in Fachwerkebene die Länge der Systemlinien einzusetzen. Für Füllstäbe gilt Tabelle E.1, Zeile 7, wobei für Anschlüsse mittels Versatz oder durch Dübel besonderer Bauart mit einem Bolzen oder nur durch Bolzen eine gelenkige Lagerung anzunehmen ist.

(4) Bei Gurtstäben ist für das Knicken aus der Fachwerkebene der Abstand der Queraussteifungen als Ersatzstablänge einzusetzen, bei Füllstäben stets die Länge der Systemlinien.

(5) Dachlatten und Brettschalung dürfen ohne genauen Nachweis im Zusammenwirken mit einem Aussteifungsverband (z. B. Windrispe und Sparren) unter folgenden Bedingungen für Sparren und Gurte von Fachwerkbindern als in ihrer Ebene Knicken aussteifend angenommen werden:

- Spannweite des auszusteifenden Bauteils ≤ 15 m,
- Abstand der Aussteifungsverbände ≤ 10 m,
- Breite der Sparren und Gurte $b \geq 40$ mm,
- Höhe der Sparren und Gurte $\leq 4 \cdot b$,
- Sparren- bzw. Binderabstand $\leq 1,25$ m,
- die Stöße der Latten und Bretter sind bei einer maximalen Stoßbreite von 1 m um mindestens 2 Binderabstände versetzt.

(6) Bei Fachwerkrahmen ist für das Knicken aus der Rahmenebene (siehe Bild E.1) für die inneren gedrückten Stäbe der Rahmenstiele als Ersatzstablänge (Knicklänge) der Abstand zwischen dem Fußpunkt und der Unterkante der Dachhaut anzunehmen ($l_{ef} = a + b$), wenn der innere Rahmeneckpunkt seitlich nicht gehalten ist. Dabei ist zusätzlich eine Seitenkraft von 1/100 der größten im inneren Rahmeneckpunkt einlaufenden Stabkraft an dieser Stelle zu berücksichtigen.

**Legende**

- 1 Fachwerkrahmen
2 Vollwandrahmen mit I-Querschnitt

Bild E.1 — Knicken von Rahmenstielen aus der Rahmenebene

(7) Bei Sparren von Kehlbalckenbindern ist für das Ausknicken aus der Systemebene als Ersatzstablänge (Knicklänge) der Abstand der Queraussteifungen maßgebend.

(8) Weitere Knicklängenbeiwerte β dürfen der Fachliteratur entnommen werden.

(9) Das Zusatzmoment in der elastischen Feder bei den Systemen 2, 3 und 5 darf wie folgt angenommen werden:

$$M = N \cdot \frac{h}{6} \cdot \left(\frac{1}{k_c} - 1 \right) \quad (\text{E.6})$$

Dabei ist

h Querschnittshöhe des an die Feder angeschlossenen Stabes,

k_c Knickbeiwert nach 10.3.1, Gleichung (64) des an die Feder angeschlossenen Stabes.

Bei System 5 ist das Moment für den Stiel und den Riegel zu berechnen, das größere ist maßgebend.

E.3 Kipplängenbeiwerte (Biegedrillknicken, Kippen)

(1) Die Ersatzstablänge ℓ_{ef} wird mit den Kipplängenbeiwerten a_1 und a_2 nach Tabelle E.2 berechnet:

$$\ell_{ef} = \frac{\ell}{a_1 \cdot \left[1 - a_2 \cdot \frac{a_z}{\ell} \cdot \sqrt{\frac{B}{T}} \right]} \quad (\text{E.7})$$

Dabei ist

ℓ Länge des Trägers,

$B = E \cdot I_z$ Biegesteifigkeit um die z -Achse (Rechteckquerschnitt: $B = \frac{E \cdot b^3 \cdot h}{12}$),

$T = G \cdot I_t$ Torsionssteifigkeit (Rechteckquerschnitt: $T \cong \frac{G \cdot b^3 \cdot h}{3}$),

9

a_2 Abstand des Lastangriffes vom Schubmittelpunkt (siehe Bild E.2).

(2) Beim gabelgelagerten Einfeldträger dürfen die Einflüsse einer Nachgiebigkeit K_G der Torsionseinspannung am Auflager, einer elastischen Bettung K_y gegen Verschieben und einer elastischen Bettung K_ϑ gegen Verdrehen durch Beiwerte α und β berücksichtigt werden:

$$\ell_{ef} = \frac{\ell}{a_1 \cdot \left[1 - a_2 \cdot \frac{a_z}{\ell} \cdot \sqrt{\frac{B}{T}} \right]} \cdot \frac{1}{\alpha \cdot \beta} \quad (\text{E.8})$$

Dabei ist

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{3,5 \cdot T}{K_G \cdot \ell}}} ; \beta = \sqrt{\left(1 + \frac{K_y \cdot \ell^4}{B \cdot \pi^4} \right) \cdot \left(1 + \frac{(K_\vartheta + e^2 \cdot K_y) \cdot \ell^2}{T \cdot \pi^2} \right) + \frac{e \cdot K_y \cdot \ell^3}{\sqrt{B \cdot T} \cdot \pi^3}}$$

DIN 1052:2004-08

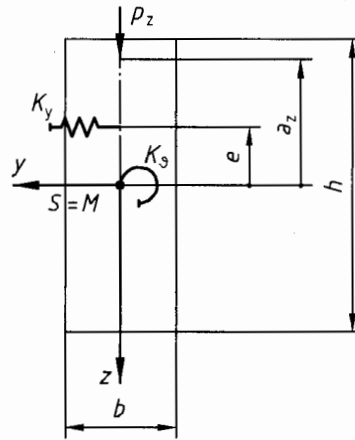


Bild E.2 — Bezeichnungen am Rechteckquerschnitt

Dabei ist

- M Schubmittelpunkt,
- S Schwerpunkt,
- K_g elastische Bettung (Verdrehung) in N,
- K_y elastische Bettung (Verschiebung) in N/mm^2 ,
- K_G Drehfeder am Auflager in Nmm ,
- e Abstand Schubmittelpunkt/Bettung in mm,
- ϑ Verdrehung um die z-Achse.

(3) Das kritische Kippmoment $M_{y,\text{crit}}^0$ und die kritische Biegespannung $\sigma_{m,\text{crit}}$ dürfen berechnet werden zu:

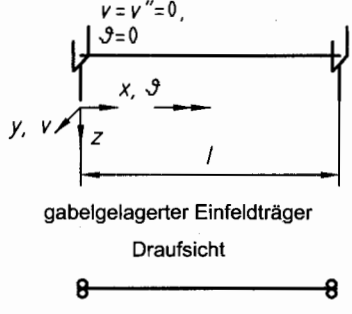
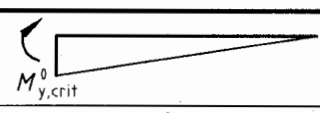
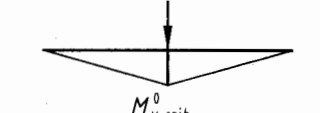
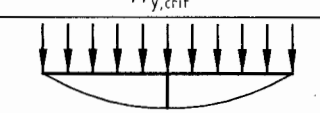
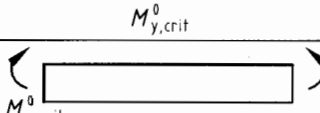
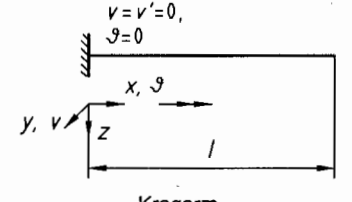
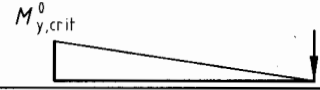
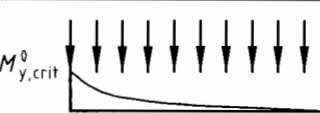
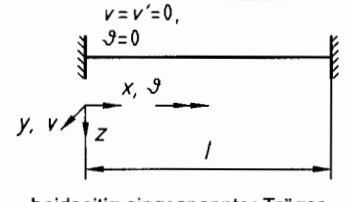
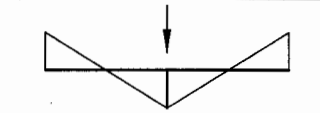
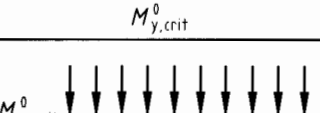
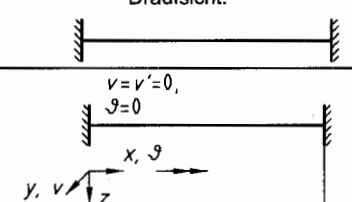
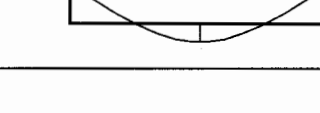
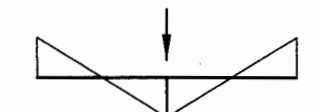
$$M_{y,\text{crit}}^0 = \frac{\pi}{\ell_{\text{ef}}} \cdot \sqrt{B \cdot T} \quad (\text{E.9})$$

$$\sigma_{m,\text{crit}} = \frac{M_{y,\text{crit}}^0}{W_y} \quad (\text{E.10})$$

Dabei ist

- B Biegesteifigkeit um die z-Achse mit $E_{0,05}$,
- T Torsionssteifigkeit mit G_{05} ,
- W_y Widerstandsmoment für die Druckspannung bei Biegung um die y-Achse.

Tabelle E.2 — Kipplängenbeiwerte a_1 und a_2

	System	Momentverlauf	a_1	a_2
1.1	 <p>gabelgelagerter Einfeldträger Draufsicht</p>		1,77	0
1.2			1,35	1,74
1.3			1,13	1,44
1.4			1	0
2.1	 <p>Kragarm</p>		1,27	1,03
2.2			2,05	1,50
3.1	 <p>beidseitig eingespannter Träger Draufsicht:</p>		6,81	0,40
3.2			5,12	0,40
4.1	 <p>Mittelfeld, Durchlaufträger Draufsicht:</p>		1,70	1,60
4.2			1,30	1,60

(4) Dachlatten und Brettschalung dürfen ohne genauen Nachweis im Zusammenwirken mit einem Aussteifungsverband (z. B. Windrispe und Sparren) unter den Bedingungen entsprechend E.2 (5) für Sparren und Gurte von Fachwerkbindern als gegen Kippen aussteifend angenommen werden.